1 апреля 2020г.

Тема урока: «Уравнение касательной к графику функции»

Чтобы задать уравнение прямой на плоскости нам достаточно знать угловой коэффициент и координаты одной точки.

Пусть дан график функции https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5901.gif. На нем выбрана точка https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5902.gif, в этой точке к графику функции проведена касательная (мы предполагаем, что она существует). Найти угловой коэффициент касательной.

Дадим аргументу приращение https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5903.gif и рассмотрим на графике точку P с абциссой https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5904.gif. Угловой коэффициент секущей MP, т.е. тангенс угла между секущей и осью x, вычисляется по формуле https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5905.gif .

Если мы теперь устремим https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5907.gif к нулю, то точка Р начнет приближаться по кривой к точке М. Касательную мы охарактеризовали как предельное положение секущей при этом приближении. Значит, естественно считать, что угловой коэффициент касательной https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5908.gif будет вычисляться по формуле https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5909.gif.

Следовательно, https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5910.gif.

Если к графику функции y = f (x) в точке *х = а* можно провести касательную, непараллельную оси *у*, то выражает угловой коэффициент касательной.

Или по другому. Производная в точке *х = а* равна угловому коэффициенту касательной к графику функции *y = f(x)* в этой точке https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5911.gif .

Это и есть геометрический смысл производной

Причем, если :

https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5912.gif

https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5913.gif

https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5914.gif.

Выясним общий вид уравнения касательной.

Пусть, прямая задана уравнением https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5915.gif. Мы знаем, что https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5916.gif. Для вычисления m воспользуемся тем, что прямая проходит через точку https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5917.gif. Подставим в уравнение. Получим https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5918.gif, т.е. https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5919.gif. Подставим найденные значения *k* и *m* в уравнение прямой:

https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5920.gif

https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5921.gif

https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5970.gif– уравнение касательной к графику функции.

*№1 Составить уравнение касательной к графику функции https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5932.gif в точке https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5933.gif*.

**Решение.**Воспользуемся алгоритмом, учитывая, что в данном примере https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5934.gif.

1) https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5935.gif

2) https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5936.gif

3) https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5937.gif; https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5938.gif

4) Подставим найденные числа https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5935.gif,https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5939.gif, https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5940.gif в формулу.

Получим:

https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5941.gif, т.е. https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5942.gif

**Ответ:** https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5943.gif

*№2 К графику функции https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5944.gif провести касательную так, чтобы она была параллельна прямой https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5945.gif.*

**Решение.**Уточним формулировку задачи. Требование “провести касательную” обычно означает “составить уравнение касательной”. Воспользуемся алгоритмом составления касательной, учитывая, что в данном примере https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5946.gif.

Искомая касательная должна быть параллельна прямой https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5947.gif. Две прямые параллельны, тогда и только тогда, когда равны их угловые коэффициенты. Значит угловой коэффициент касательной должен быть равен угловому коэффициенту заданной прямой: https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5948.gif.Но https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5949.gif. Следовательно: https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5950.gif; https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5951.gif.

Из уравнения https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5952.gif,т.е. https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5953.gif, находим, что https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5954.gif и https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5955.gif. Значит, имеются две касательные, удовлетворяющие условию задачи: одна в точке с абсциссой 2, другая в точке с абсциссой -2.

Действуем по алгоритму.

1) https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5956.gif, https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5957.gif

2) https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5958.gif, https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5959.gif

3) https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5960.gif

4) Подставив значения https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5956.gif,https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5961.gif, https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5962.gif, получим https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5963.gif, т.е. https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5964.gif.

Подставив значения https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5957.gif,https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5965.gif, https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5966.gif, получим https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5967.gif, т.е. https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5968.gif

**Ответ: https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5964.gif, https://urok.1sept.ru/%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8C%D0%B8/613311/Image5969.gif.**

**Задание из задачника:** №29.01-29.05

3 апреля 2020г.

Тема урока: «Уравнение касательной к графику функции»

Письменный опрос:

1. Что называется касательной к графику функции в точке?
2. В чём заключается геометрический смысл производной?
3. Сформулируйте алгоритм нахождения уравнения касательной в точке?
4. Значение функции в точке касания
5. Значение производной в точке касания

Примеры решения :

№1  
Составить уравнение касательной к графику функции *f(x) = x3 – 3x – 1* в точке М с абсциссой –2.  
Решение:

Вычислим значение функции:*f(-2) =(-2)3 – 3(-2) – 1 = -3*;

найдём производную функции:  *f '(х) = 3х2 – 3;*

вычислим значение производной:  *f '(-2)*= - 9.;

подставим эти значения в уравнение касательной: y = 9(x + 2) – 3 = 9x + 15.

Ответ: y = 9x + 15.

№2  
Написать уравнения касательной к графику*y = x3 – 2x + 7*, параллельной прямой *у = х*.  
Решение.  
Искомая касательная параллельна прямой*y = x*.  Значит, они имеют один и тот же угловой коэффициент *k* = 1,  *y'(х) = 3х2 – 2.* Абсцисса х*0* точек касания удовлетворяет уравнению *3х2 – 2 = 1*, откуда х*0* = ±1.  
Теперь можно написать уравнения касательных:*y = x + 5* и*y = x + 9*.  
Ответ: *y = x + 5*, *y = x + 9*.

Задание: прочитать стр.173-177, №29.7-29.11